

Lista de Exercício #2. Parte 1 (Baseada no M. Fox)

1. Supondo que a solução para a equação do oscilador amortecido seja:

$$x(t) = \widetilde{X}_o e^{-i\omega_{ext}t}$$

mostre que a amplitude complexa $\widetilde{X}_o$, é dada por:

$$\widetilde{X}_o = \frac{-eE_o/m_o}{\omega_o^2 - \omega_{ext}^2 - i\gamma\omega_{ext}}$$

(2.1) A largura a meia altura de uma linha de absorção atômica em 589.0 nm é 100 MHz. Um feixe de luz passa através do gás, o qual tem uma densidade atômica $3 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$. Calcule: (a) O valor do coeficiente de absorção máximo devido a essa linha. (b) A frequência na qual a contribuição para o índice de refração para o índice de refração é máxima. (c) o valor de pico da contribuição do índice de refração.

(2.2) Um oscilador amortecido de massa m , frequência angular natural ω_o , e constante de atenuação γ está sendo movido por uma força de amplitude F_o e frequência angular ω . A equação de movimento para o deslocamento x do oscilador é:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_o^2 x = F_o \cos \omega t$$

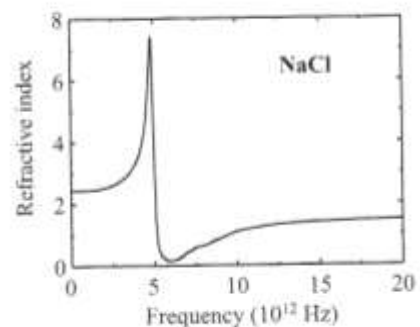
Qual é a fase de x relativa à fase da força motora?

(2.3) Um cristal de safira (Al_2O_3) dopado com titânio absorve fortemente em torno de 500 nm. Calcule a diferença de índice de refração do cristal dopado acima e abaixo da banda de absorção de 500 nm, se a densidade de átomos absorvente é de $1 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. O índice de refração da safira não dopada é 1.77.

(2.4) Um cristal laser $\text{MgF}_2:\text{Ni}^{2+}$ tem uma emissão larga no azul cujo pico ocorre a 405 nm e tem uma largura a meia altura de $8.2 \times 10^{13} \text{ Hz}$. A força de oscilador da transição é de 9×10^{-5} . Estime o valor máximo do coeficiente de absorção em um cristal com $2 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ átomos absorventes por unidade de volume.

(2.5) Mostre que o coeficiente de absorção de um oscilador de Lorentz no centro da linha não depende do valor de ω_o .

(2.6) A figura mostra o índice de refração do NaCl na região espectral do infravermelho. Os dados podem ser modelados aproximadamente assumindo que o perfil de ressonância é causado por vibrações da molécula Na^+Cl^- completamente iônica. As massas atômicas do sódio e cloro são 23 e 35.5 respectivamente. Use os dados para estimar:



- A constante dielétrica estática do NaCl.
- A frequência de oscilação natural das vibrações.
- A força restauradora por unidade de deslocamento do oscilador.

(d) A densidade de moléculas de NaCl por unidade de volume.

(e) A constante de atenuação γ para as vibrações.

(f) O coeficiente de absorção máximo.

(2.7) A partir da definição de velocidade de grupo $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ mostre que:

$$v_g = \frac{v}{\left(1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}\right)} = \frac{v}{\left(1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}\right)}$$

onde $v=c/n$ é a velocidade de fase.

2.8 Um sólido apresenta uma única banda de absorção, com largura γ , centrada em ω_o , tal que o coeficiente de extinção pode ser escrito da forma:

$$\kappa(\omega) = \kappa_o, \quad \omega_o - \frac{\gamma}{2} \leq \omega \leq \omega_o + \frac{\gamma}{2}$$

$$\kappa(\omega) = 0, \text{ em outros pontos}$$

Calcule o índice de refração em baixas frequências assumindo que $\omega_o \gg \gamma$.

2.9 Mostre que o alargamento temporal de um pulso curto ao passar por um meio dispersivo de comprimento L é dado aproximadamente por:

$$\Delta\tau = L \cdot \left| \frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right| \Delta\lambda$$

onde λ é o comprimento de onda no vácuo e $\Delta\lambda$ é a largura espectral do pulso. Estime $\Delta\tau$ para um pulso de laser com largura temporal de 10 ps em 1 km de fibra óptica a 1550 nm,

onde $\left| \frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right| = 17 \text{ ps.km}^{-1}.\text{nm}^{-1}$.