

Determinação do Momento Magnético de Uma Barra Cilíndrica Magnetizada

1. Introdução

Neste experimento mediremos o momento magnético de uma barra cilíndrica utilizando a equação que define o torque sofrido pela barra quando esta é imersa em um campo magnético:

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_R \quad (1)$$

Onde

$\vec{\tau}$ - torque

$\vec{m}$ - (vetor) momento magnético

$\vec{B}_R$ - (vetor) indução magnética resultante na posição da barra

Para isto colocaremos a barra cilíndrica no interior de um solenóide, o qual gera uma indução magnética conhecida quando fazemos passar por ele uma corrente elétrica (a ser medida). Desde que $\vec{B}$ não seja colinear com $\vec{m}$ haverá um torque gerado pelo campo magnético o qual tenderá a produzir uma rotação do momento magnético. Caso não haja resistência a esta rotação momento magnético se alinhará com o campo do solenóide. Em nosso caso haverá uma resistência mecânica ao torque magnético, pois o imã cilíndrico está adaptado ao eixo de uma balança de torção. O imã irá girar até que o torque mecânico fornecido pela balança seja igual ao torque magnético produzido pelo campo sobre o momento magnético.

No equilíbrio:

$$\vec{\tau}_{mec} + \vec{\tau}_{mag} = \vec{0} \quad (2)$$

2. Fundamentação do Experimento

O campo $\vec{B}_R$ que aparece na Eq. 1 em nosso experimento é o campo resultante entre o campo do solenóide e o campo da Terra.

$$\vec{B}_R = \vec{B}_S + \vec{B}_T \quad (3.a)$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times (\vec{B}_S + \vec{B}_T) = \vec{m} \times \vec{B}_S + \vec{m} \times \vec{B}_T \quad (3.b)$$

Podemos montar nossa configuração inicial de maneira que a influência do campo da Terra (componente horizontal) seja mínima no experimento, deixando inicialmente o momento magnético da barra paralelo a $\vec{B}_{T,H}$ (Fig. 1).

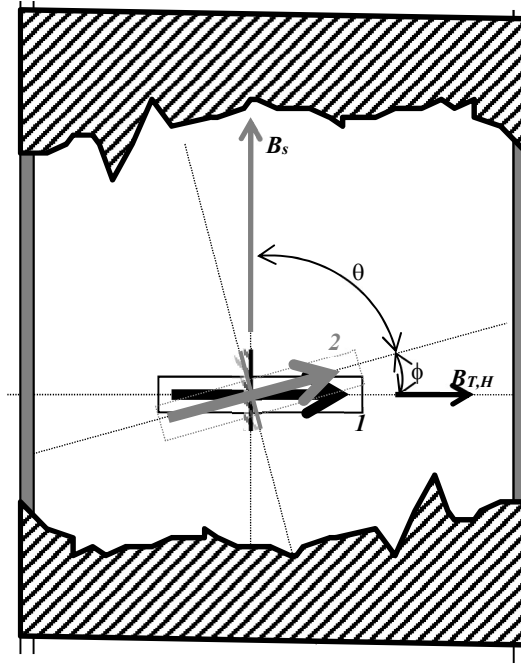


Fig. Vista superior da posição da barra imantada antes (1) e após (2) a aplicação de campo no solenóide. O eixo do solenóide encontra-se em plano horizontal.

Observe que se o campo do solenóide não for grande o ângulo θ é próximo de $\pi/2$, e conseqüentemente $\text{sen}(\theta) = \text{sen}(\pi/2 - \phi) = \cos(\phi)$ será próximo de 1, e $\text{sen}(\phi) \approx \phi$ assumirá valores pequenos. Desta maneira podemos escrever

$$\tau_{mag} \cong m.B_s.\text{sen}(\theta) = m.B_s.\cos(\phi) \quad (4)$$

Nesta aproximação estamos desprezando a influência da componente $m.B_T.\text{sen}(\phi)$ do torque causado pelo campo magnético da Terra.

Por outro lado, o torque produzido pela balança é dado por

$$\tau_{mec} = \kappa\phi \quad (5)$$

de maneira que, através da Eq. 2, podemos escrever:

$$m.B_s.\cos(\phi) = \kappa.\phi \quad (6.a)$$

$$m = \frac{\kappa.\phi}{B_s.\cos(\phi)} \quad (6.b)$$

A partir da expressão 6.b podemos extrair o valor de m diretamente de um conjunto de medidas. Outra alternativa é agrupar diferentemente os termos da Eq. 6.a:

$$\frac{\kappa \cdot \phi}{\cos(\phi)} = m \cdot B_s \quad (6.c)$$

Graficando $\kappa \cdot \phi / \cos(\phi)$ contra B_s e observando seu comportamento podemos analisar se o conjunto de resultados se aproxima de uma reta, indicando a constância de m . Sendo este o caso poderemos determinar o coeficiente angular da reta, o qual deverá ser idêntico a m . A regressão linear resultante pode ainda fornecer informações sobre os desvios dos valores determinados de m , e de uma possível variação de m com o campo aplicado.

3. Algumas orientações práticas:

Acho muito importante neste nível de laboratório que cada grupo pense seu experimento e adote os procedimentos que julgar mais adequados para as medidas. Entretanto pelos vários detalhes que devem ser cuidados no experimento, deixo a seguir algumas orientações que podem ser úteis ou chamar a atenção para problemas que talvez possam passar despercebidos...

Calibração da Balança de Torção

A balança de torção é um instrumento de precisão, e desde que utilizada adequadamente pode fornecer medidas muito precisas do torque realizado. Para obter um bom desempenho da balança é importante realizar uma boa calibração e medir o ângulo de deflexão de forma adequada.

Para determinar a constante de torção da balança podemos aplicar um torque conhecido e medir o ângulo resultante. Uma configuração adequada é a aplicação de um peso a um braço fixo quando a balança é colocada na horizontal. Isto pode ser feito com o auxílio de uma haste móvel (colocada na parte superior da balança). Com a balança na posição horizontal verifique o nivelamento horizontal da mesma colocando um nível sobre a haste cilíndrica principal da balança.

Para calibrar: 1 - colocar a balança na posição horizontal com a ajuda do suporte. 2 – estabilizar a barrinha de calibração na posição horizontal e marcar o ângulo. 3 – colocar a massinha de calibração no sulco apropriado da barrinha de calibração. 4 – equilibrar de novo na horizontal, anotando o valor do ângulo. Recomenda-se que os passos 3 e 4 sejam feitos tanto no ponto externo e quanto no ponto interno, utilizando depois o valor médio do ângulo obtido nas duas posições. O ângulo de calibração β será igual à metade do ângulo α medido na roda graduada da balança por que o local de calibração é o meio do fio (pode pensar como se este fosse uma haste rígida).

Atenção: Após a calibração da balança os parafusos que sustentam o cabo não mais devem ser afrouxados, pois caso isto ocorra a balança deverá ser calibrada novamente. A roda calibrada em ângulos pode ser girada em ângulos pequenos para acertar a posição do ímã em relação ao alinhamento do solenóide. Evite entretanto girar grandes ângulos após a calibração para não correr o risco de descalibrar a balança.

Medidas

- É interessante realizar medidas em vários ângulos distintos (por volta de 5) , utilizando correntes diferentes no solenóide. Isto permitirá extrair um valor médio de cada momento magnético medido, e também ter uma idéia da precisão de cada medida.
- É importante anotar o número da barra utilizada em cada medida, pois ao final o resultado pode ser confrontado com os resultados obtidos pelos outros grupos.
- Observe que o ângulo ϕ é ângulo descrito pela normal ao espelho e não a diferença entre os ângulos inicial e final descritos pelo feixe de prova! É importante ter bastante cuidado com a triangulação utilizada para medir o ângulo de deflexão.

Análise dos resultados:

- Uma possibilidade interessante para analisar os resultados é medir várias barras, as quais por sua vez são identificadas e compartilhadas com outros grupos. Ao final os resultados das diferentes medidas e as precisões obtidas podem ser analisadas em conjunto.

- Uma das possíveis fontes de erro no experimento é a utilização da expressão para calcular o campo no interior do solenóide como se este fosse infinito. É possível utilizar a expressão para um solenóide finito e estimar quanto foi o erro de determinação referente a esta aproximação (veja por ex. Reitz-Milford, Eq. 8-46). O resultado desta aproximação é simplificado na Eq. A (Figura A):

$$B_{centro} = \mu_o i \left(\frac{N}{L} \right) \cdot \text{sen}(\theta_m) \quad (A)$$

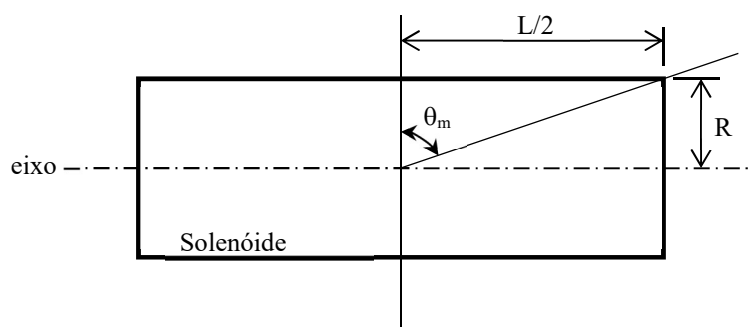


Fig. Representação do ângulo central para cálculo do campo produzido no centro de solenóide finito

- Outra fonte de erro pode ser uma modificação da magnetização da barra com o campo magnético utilizado para fazer as medidas. Uma das maneiras de verificar na prática esta influência é comparar os resultados do momento magnético obtido para valores diferentes do campo aplicado e observar se existe uma tendência de aumento dos valores de m quando aumentamos B_s . Uma investigação interessante seria tentar entender os aspectos teóricos ligados a esta observação.

- A presença do campo magnético da Terra também é uma fonte de erro no experimento. Agora que você tem os valores de ângulo de deflexão e os valores do campo do solenóide, você pode verificar qual é influência de B_T sobre a determinação de $\vec{m}$.

4. Comparação dos valores obtidos com outras medidas de m e M .

4.1 Após calcular $\vec{m}$, é interessante utilizar esse valor para determinar a carga magnética equivalente q_m $\vec{m} = q_m \vec{d}$.

Suporemos a seguir, por questão de simplicidade, que a magnetização da barra é uniforme e orientada ao longo do eixo do cilindro. A validade desta afirmativa pode ser testada fazendo-se um mapeamento da indução magnética nas proximidades da barra, de maneira análoga à realizada no entorno do solenoide (em experimento anterior).

4.2 A partir do valor de q_m , supondo-se que a carga magnética encontra-se sobre as tampas dos cilindro, pode-se calcular a densidade superficial de pólo magnético simplesmente dividindo-se a carga magnética pela área das tampas:

$$\rho_{ms} = \frac{q_m}{A} \quad [A \cdot m^{-1}]$$

através da relação em analogia com os momentos de dipolo elétrico.

- Pode-se determinar também as correntes equivalentes de magnetização.

Em um objeto magnetizado, pode-se definir correntes magnéticas equivalentes volumétricas e superficiais de maneira que o campo externo produzido por essas correntes seja idêntico ao produzido pelo material^{1,2,3}. Sabendo-se a magnetização ($\mathbf{M}$), as densidades de corrente equivalentes podem ser determinadas por:

$$\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M}$$

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

onde $\mathbf{J}_m$ é a densidade volumétrica de corrente, $\mathbf{J}_{ms}$ é a densidade superficial de corrente equivalente, e $\hat{\mathbf{n}}$ é o versor unitário perpendicular à superfície, e que aponta para fora da superfície.

Supondo que a barra medida possua magnetização constante ($\mathbf{M} = M_o \hat{\mathbf{z}}$) ao longo do eixo, pode-se usar essas equações para estimar as densidades equivalentes de corrente^{1,2}

$$\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{0} \quad (\text{no volume})$$

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0} \quad (\text{na superfície das tampas})$$

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M_o \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (\text{na superfície lateral})$$

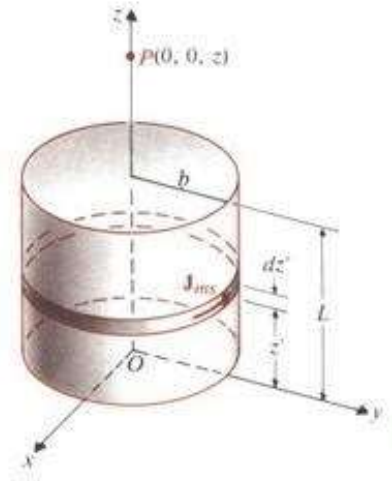
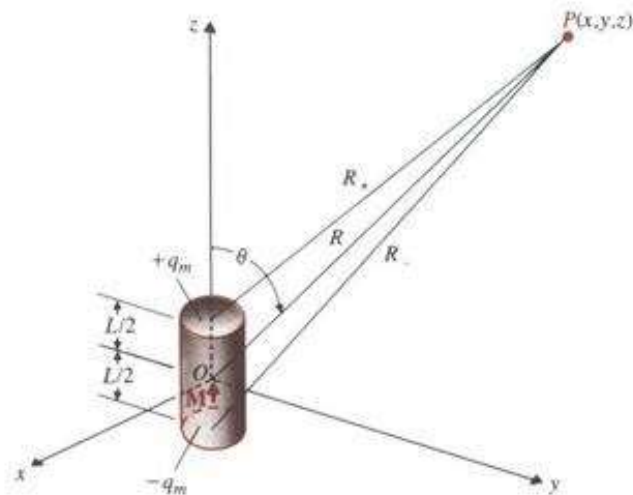
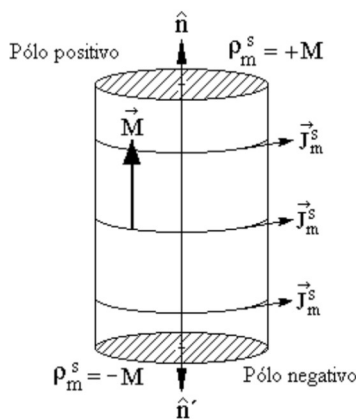


Figura: Cilindro uniformemente magnetizado.

Essas equações¹ mostram que as correntes de magnetização se reduzem a uma lâmina de corrente superficial que flui sobre a superfície lateral do cilindro.

$\vec{M} = \hat{z}M_o$ Magnetização ao longo do eixo de um cilindro magnetizado



Sugere-se calcular esses valores a partir dos campos medidos nos polos e comparar o momento magnético resultante com o medido na fase anterior do experimento.

Bibliografia: (Para a teoria relacionada ao assunto)

H. Moysés Nussenzveig. “*Curso de Física Básica, Vol. 3 – Eletromagnetismo*”. Editora Edgar Blucher Ltda. São Paulo, 1997. 323p., Cap. 11 – Materiais Magnéticos.

J. R. Reitz, F.J. Milford, R.W. Christy. “*Fundamentos da Teoria Eletromagnética*”. 3ª Ed. Editora Campus Ltda. Rio de Janeiro, 1980. (Cap. 9, Propriedades Magnéticas da Matéria, 9.1 - 9.6).

P.A. Tipler. “*Física Vol. 2 - Eletricidade Magnetismo e Óptica*”. Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro RJ, 2000 (Cap. 29 – Fontes de Campo Magnético).

R. P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands. “*The Feynman Lectures on Physics*”. Vol. II, Addison Wesley Publishing Company, Reading M.A., E.U.A. (Cap. 34 – The Magnetism of Matter, Cap. 35 – Paramagnetism and Magnetic Resonance, Cap. 36 – Ferromagnetism, Cap. 37 – Magnetic Materials).

J. I. Cisneros. “Eletromagnetismo”. CD BOOK 2007.

Para estudos de boa profundidade e em bases atuais, suas boas referências são:

- S. Blundell. Magnetism in Condensed Matter. Oxford, UK, Oxford University Press. (2001), 238p.
- D.C. Mattis. “*The Theory of Magnetism I*”. Springer Verlag, Berlim 1988. 300p. (Bibl. Unesp: 538M387t).
- P. Lorrain, D.R. Corson, and F. Lorrain, Electromagnetic Fields and Waves. 1988, U.S.A.: M.H. Freeman and Company. 745.

*Obs: Cuidado: Alguns livros texto tendem a supersimplificar o assunto e afirmar que o ferromagnetismo se origina de “...uma tendência natural de alinhamento dos momentos magnéticos permanentes de seus átomos e moléculas...”. Se você pensar bem sobre este assunto talvez conclua que o mais natural, usando apenas argumentos clássicos, seria de ter um alinhamento anti-paralelo dos momentos magnéticos permanentes! Portanto sugiro que você tome cuidado com este ponto, e não aceite qualquer coisa que você lê. O Reitz-Milford-Chrity, e o Tipler descrevem bem o assunto, e o Feynman tem um tratamento detalhado excelente da questão (a nível avançado de graduação). A explicação microscópica para a formação dos momentos magnéticos, a abordagem quântica, tem base interação interação chamada de correlação e troca existente entre os elétrons do material, a qual envolve também os spins eletrônicos. É interessante que você leia a respeito e se aprofunde sobre o assunto. Boas referências como os textos de Blundell e Mattis são indicados na bibliografia.

Anexo: Material Utilizado

Balança de Torção

- com acessórios: ímã cilíndrico que encaixa na balança
- barrinha de calibração
- massinha (em forma de arruela) de calibração (0.5g)
- suporte de calibração
- espelho adaptado ao fio da balança para demarcação de ângulo.
- barra demarcada para medida de distância.
- braço atenuador e cuba de vidro
- trena, nível, esquadro
- balança digital
- paquímetro

Espiras e Bobinas

Solenóides grandes com suporte de madeira.
2 por bancada

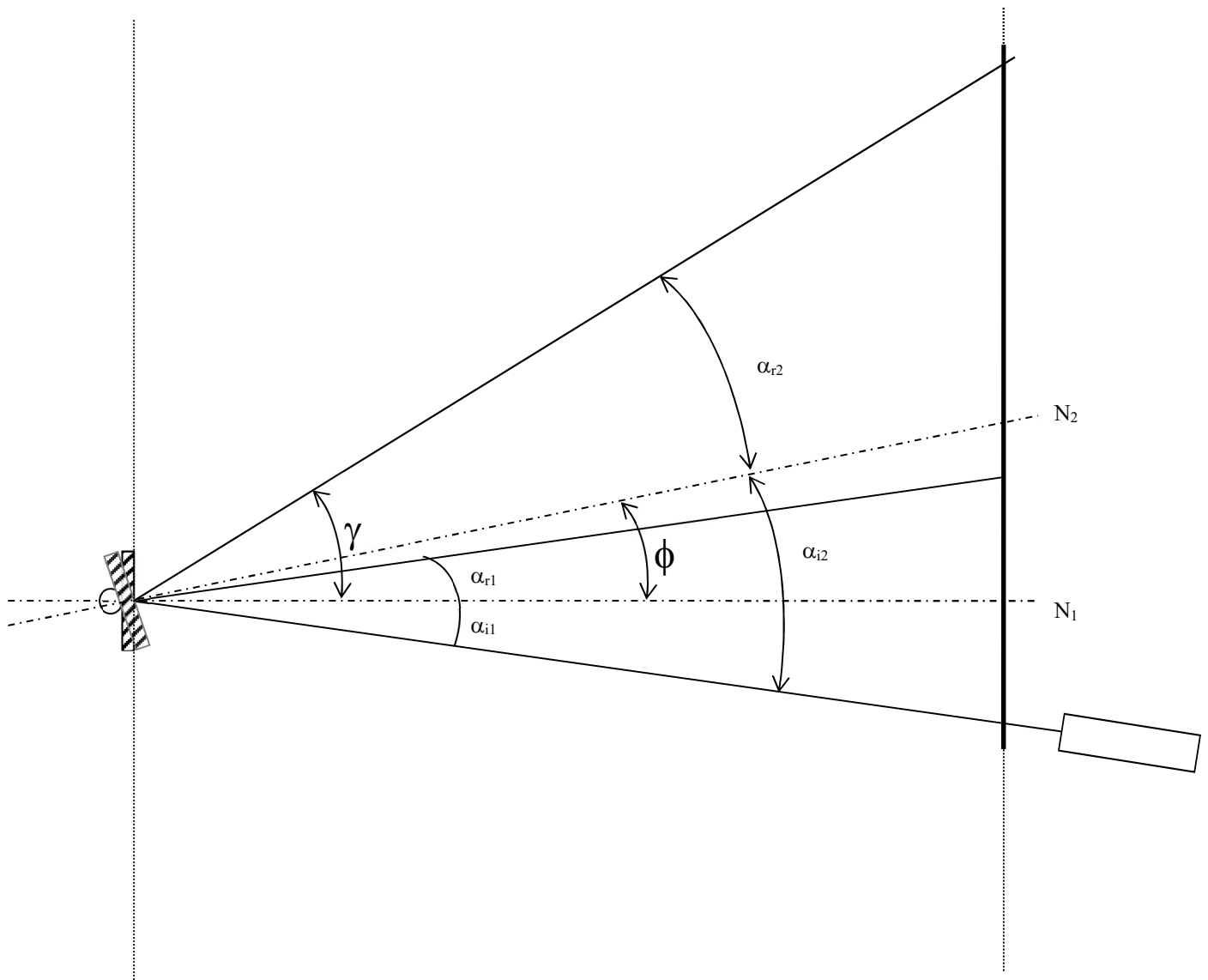
Circuito e Laser

Fonte de tensão DC estabilizada.
Multímetro digital
Reostato de 11 Ω .
Cabos e conexões.
Laser com suporte.

Medidores de campo.

Sensores de campo Vernier, interface, notebook.
Sensor Phywe.

Figura – Medida do ângulo de deflexão



$$\gamma = \phi + \alpha_{r2} \quad (\text{I})$$

$$\gamma = \phi + (\alpha_{i1} + \phi) = 2\phi + \alpha_{i1} \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \rightarrow (\text{II})$$

$$\phi = (\gamma - \alpha_{i1}) / 2$$

Material de Apoio a Respeito dos Conceitos Envolvidos:

Relação do Experimento com Temas Anteriores

Dentro do nosso programa de estudo inclui-se o tema magnetismo em situações de campos estáticos (também conhecido como magnetostática). Este tema já foi abordado no experimento de medida do campo magnético terrestre, e terá continuidade neste experimento. Aqui utilizaremos campos magnéticos estáticos conhecidos (de um solenóide) para determinar uma propriedade magnética (momento de dipolo magnético) de uma barra metálica magnetizada. O momento de dipolo magnético está relacionado a uma propriedade do material (magnetização) e também à geometria da barra.

Este experimento é uma boa oportunidade para aplicarmos e relembrarmos alguns conceitos e equações já abordados em Física III, e outros que estão sendo abordados em Eletromagnetismo I em situações práticas. Exemplos destes conceitos anteriores são a lei de Biot-Savart⁴ e a lei de Ampere⁵, os quais podem ser aplicados para a determinação do campo do solenóide. Além disso aproveitaremos para aprofundar os conceitos envolvidos, ligados a propriedades magnéticas da matéria, tais como diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo.

Uma das características do momento magnético de uma barra magnetizada permanentemente (ou imantada) é que ele é uma medida da “força” do ímã correspondente. Ou seja, em termos simplificados, podemos pensar que quanto maior o momento magnético do objeto magnetizado, maiores serão as forças de interação entre o objeto magnetizado e outros materiais magnéticos ou outros circuitos magnéticos geradores de campo, para citar apenas um dos aspectos físicos envolvidos neste tema.

As propriedades magnéticas de um material e em especial seu momento magnético têm várias aplicações praticas tradicionais⁶ e também aplicações de alta tecnologia que vem sendo desenvolvidas no presente⁷. Entre os exemplos tradicionais podemos citar o uso em cabeças de gravação magnética de discos “floppy” e HD de computadores. Entre as aplicações avançadas podemos citar a utilização em uma nova geração de dispositivos com controle do spin eletrônico⁷.

¹ J. I. Cisneros. “Eletromagnetismo”. CD BOOK 2007.

² Um resumo dessa matéria pode também ser encontrado nas notas de aula do: Prof. M. J. Rhee, University of Maryland, ENEE 380 Electromagnetic Theory: <http://www.ece.umd.edu/class/enee380-1.F2005/lectures/lecture24.htm>.

³ Veja por exemplo: P. Lorrain, D.R. Corson, and F. Lorrain, *Electromagnetic Fields and Waves*. 1988, U.S.A.: M.H. Freeman and Company. Cap. 20 e exemplo da p.364.

⁴ Utilizando a lei de Biot-Savart é possível calcular o campo magnético em pontos sobre o eixo de um solenóide integrando a contribuição de cada elemento de corrente, de cada espira do solenóide (conforme a seção 8-4 do Reitz-Milford-Christy).

⁵ A lei de Ampere permite a determinação de campos magnéticos de circuitos em situações de alto grau de simetria, tais como no caso de solenóide de comprimento infinito (conforme a seção 8-5 do R-M-C)

⁶ J.J. Becker. “*Permanent Magnets*”. Scientific American, Dec. 1970, pp. 92-100.

⁷ H. Ohno. “Making Nonmagnetic Semiconductors Ferromagnetic” Science, Vol. 281, 952-955 (1998).