

Refração em Interfaces Esféricas.¹ [Adaptado de Tipler]

Considere uma superfície polida de formato semi-esférico convexo, usada em um meio transparente cujo índice de refração é n_2 . A Figura A ilustra a formação de uma imagem por refração em tal superfície. Considere que a superfície convexa esteja mergulhada em um líquido transparente com índice de refração n_1 , menor que n_2 . No limite para-axial (feixes próximos do eixo) os raios de um ponto objeto P , converge para um ponto imagem P' .

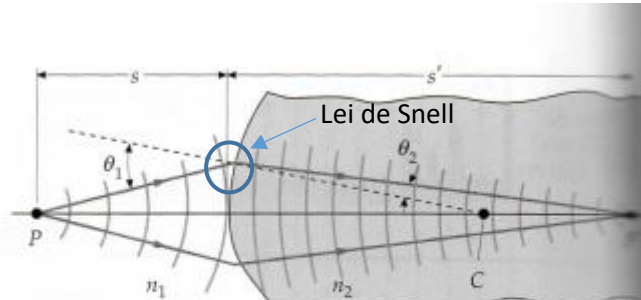
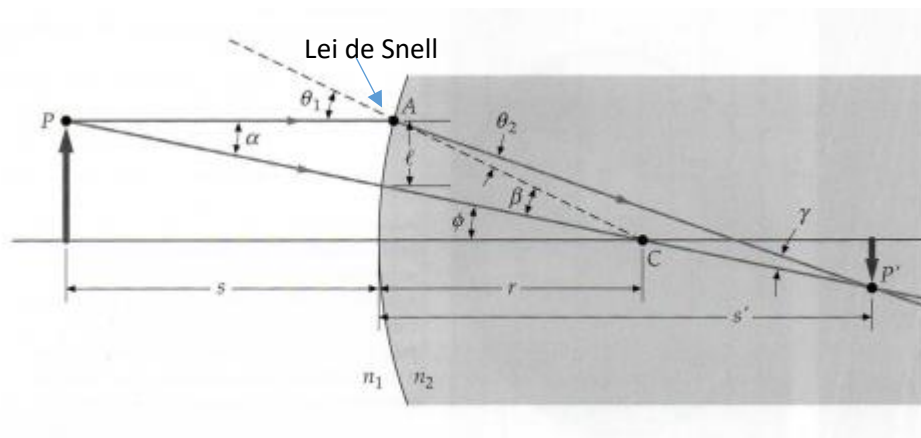


FIGURA 32-23 Imagem formada pela refração em uma superfície esférica entre dois meios onde as ondas se movem mais lentamente no segundo meio.

⇒ Raios para-axiais (próximos do eixo).

Uma equação relacionando a distância imagem² s' à distância objeto s , ao raio de curvatura e aos índices de refração pode ser obtida a partir da aplicação da lei de Snell aos raios incidentes na superfície e usando aproximação de pequenos ângulos, Figura B.



Dedução da Equação

Pequenos ângulos $\Rightarrow \sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$

Snell $\Rightarrow n_1\theta_1 = n_2\theta_2$

$$\Delta ACP' \Rightarrow \beta = \theta_2 + \gamma$$

¹ Adaptado para a disciplina Física IV de Tipler/Mosca, Cap.32, Imagens Ópticas, Vol.2. – Prof. Humberto

² s e s' são as variáveis usadas para a posição do objeto e da imagem no Tipler. No Halliday s é representado por p , s' é representado por i , r e f têm representações iguais.

$$\beta = \frac{n_1 \theta_1}{n_2} + \gamma$$

$$\theta_1 = \frac{n_2 \beta - n_2 \gamma}{n_1}$$

$$\Delta PAC \Rightarrow \theta_1 = \alpha + \beta$$

Eliminando θ_1 das duas equações anteriores:

$$(\alpha + \beta)n_1 = n_2 \beta - n_2 \gamma$$

$$\alpha n_1 + \beta n_1 = n_2 \beta - n_2 \gamma$$

$$\alpha n_1 + n_2 \gamma = \beta(n_2 - n_1)$$

Aproximação de pequenos ângulos:

$$\alpha \approx \text{tg} \alpha \approx \frac{l}{s}$$

$$\beta \approx \text{tg} \beta \approx \frac{l}{r}$$

$$\gamma \approx \text{tg} \gamma \approx \frac{l}{s'}$$

$$\frac{l}{s} n_1 + \frac{l}{s'} n_2 = \frac{l}{r} (n_2 - n_1)$$

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

(Eq. A)

CONVENÇÃO DE SINAIS PARA REFRAÇÃO

- 1. s é positivo para objetos no lado da luz incidente na superfície.**
- 2. s' é positivo para imagens no lado da luz refratada na superfície.**
- 3. r é positivo se o centro de curvatura está no lado da luz refratada.**

Ampliação de Superfície Refratora Esférica

Exemplo/Exercício

Deduza a expressão para ampliação por uma superfície refratora esférica.

Resposta: Considere a geometria da Figura C.

A ampliação lateral é dada por:

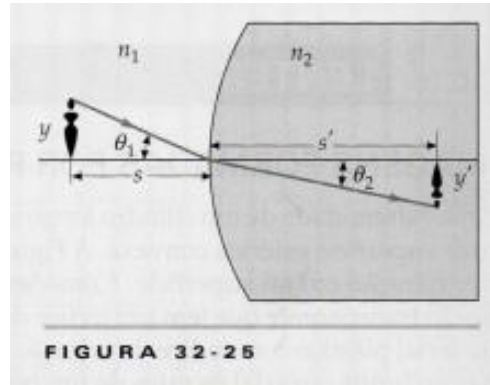
$$m = \frac{y'}{y}$$

$$\text{sen}\theta_1 \approx \frac{y}{s}; \text{sen}\theta_2 \approx \frac{y'}{s'}$$

$$\text{Lei de Snell} \Rightarrow n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2$$

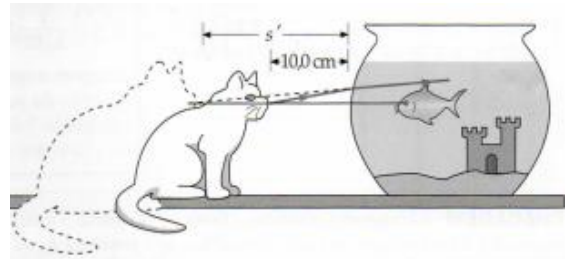
$$n_1 \frac{y}{s} = n_2 \frac{(-y')}{s'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{s'}{s}$$



Exercícios/Exemplos:

Um peixe encontra-se em um aquário de forma esférica cujo índice de refração é 1,33. O raio do aquário é 15 cm. O peixe olha para fora e vê um gato sentado ao lado do aquário. Sabe-se que o focinho do gato está a 10 cm do aquário. Determine: (a) a distância da imagem do focinho do gato. (b) a ampliação da imagem do focinho do gato. Sugestão: ignore o efeito da fina parede de vidro do aquário.



No problema anterior, se o peixe estiver a 7,5 cm do lado do aquário mais próximo da gata, determine (a) a posição do peixe de acordo com a visão da gata. (b) a imagem do peixe, será maior menor ou igual ao seu tamanho real? (c) Caso o aquário seja substituído por outro com parede plana, determine a posição da imagem e a ampliação do tamanho do peixe, sendo que este continua a 7,5 cm da parede.

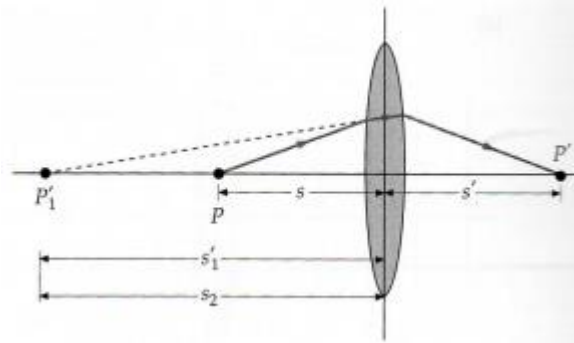
Lentes Delgadas

As lentes delgadas podem ser tratadas como combinações de duas superfícies esféricas. Em relação à formação de imagens, pode-se considerar a refração em cada superfície da lente separadamente.

Consideremos uma lente delgada com índice de refração n com ar em ambos os lados. Sejam r_1 e r_2 os raios de curvatura das superfícies da lente. Seu objeto está a uma distância s da primeira superfície (e, portanto, da lente), a distância s'_1 da imagem devida à refração na primeira superfície pode ser encontrada usando a Equação:

$$\frac{n_{ar}}{s} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - n_{ar}}{r_1} \quad (\text{Eq.B})$$

A luz refratada na primeira superfície é novamente refratada na segunda superfície. A Figura mostra o caso quando a distância imagem s'_1 para a primeira superfície é negativa, indicando uma imagem virtual à esquerda da superfície. Raios refratados no vidro na primeira superfície divergem como se eles viessem do ponto imagem P'_1 . Os raios atingem a segunda superfície nos mesmos ângulos como se houvesse um objeto no ponto imagem P'_1 . A imagem para a primeira superfície se torna, então, o objeto para a segunda superfície.



[Figura 32-28]

Como a lente tem espessura desprezível, a distância objetos s_2 é igual, em módulo, a s'_1 . Para objetos no lado da luz incidente na superfície, distâncias objeto são positivas, enquanto para imagens localizadas no lado da luz incidente, as distâncias imagem, são negativas. Portanto, a distância objeto para a segunda superfície é $s_2 = -s'_1$. Pode-se escrever agora a equação do dióptro esférico (Eq.A) para a segunda superfície, considerando $n_1 = n$, $n_2 = n_{ar}$, $s = -s'_1$:

$$\frac{n}{-s'_1} + \frac{n_{ar}}{s'} = \frac{n_{ar} - n}{r_2} \quad (\text{Eq.C})$$

A distância imagem para a segunda superfície é a imagem final s' para a lente.

Pode-se eliminar a distância imagem para a primeira superfície somando-se as Eq. B e Eq.C, para se obter a distância imagem s' em termos da distância objeto s e das propriedades r_1 , r_2 e n da lente delgada:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \left(\frac{n}{n_{ar}} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{Eq.D})$$

Assim como acontece para os espelhos, a distância focal da lente delgada é definida como a distância imagem quando a distância objeto é infinita. Considerando s igual a infinito e escrevendo f para a distância imagem s' na Eq.D, obtemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_{ar}} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{Eq. E})$$

[Equação dos Fabricantes de Lentes]

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{Eq. F})$$

[Equação das Lentes Delgadas]

A Eq. F é idêntica à equação dos espelhos. Entretanto a convenção de sinais é diferente da convenção para a reflexão. Para a refração a distância imagem s' é positiva quando a imagem está do lado da luz refratada da(s) superfície(s) de refração, isto é quando ela está do lado oposto da luz incidente. R é positivo quando o centro de curvatura está do mesmo lado que a luz refratada. Para a situação da Fig. 32-28 r_1 é positivo e r_2 é negativo, portanto f é positiva.

Convenção de sinais para refração e para lentes³.

- 1. s é positivo para objetos no lado da luz incidente da superfície.***
- 2. s' é positivo para imagens no lado da luz refratada da superfície.***
- 3. r é positivo se o centro de curvatura está no lado da luz refratada da superfície.***

Observações:

Tem que tomar bastante cuidado com os sinais de s , s' , r_1 , r_2 , e f , pois o resultado das equações é altamente dependente desses.

s e s' são as variáveis usadas para a posição do objeto e da imagem no Tipler. No Halliday s é representado por p , s' é representado por i , r e f têm representações iguais.

³ A convenção de sinais para lentes é a mesma que a convenção para a refração em uma interface.